

ÉVALUATION	X	Mathématiques	Sciences
Titre de la Séquence :	Nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ où $f$ est une fonction polynôme de degré 2		
Niveau : 1 <sup>ère</sup> Bac Pro	Groupement C		Durée : 45 min
Mots clefs :	Racine – Sommet – Forme factorisée – Bénéfice – Signe		
Capacités	<ul style="list-style-type: none"><li>- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2 donnée.</li><li>- Tester si un nombre réel est racine d'un polynôme de degré 2.</li><li>- Factoriser un polynôme de degré 2 donné dont les racines réelles sont connues.</li><li>- Déterminer les racines et le signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée.</li><li>- Déterminer la deuxième solution d'une équation du second degré possédant deux solutions dont une solution est connue.</li></ul>		
Connaissances	Fonction polynôme de degré 2 à coefficients réels. Nombre de solutions réelles de l'équation $f(x) = 0$ où $f$ est une fonction polynôme de degré 2.		
Matériel autorisé : Calculatrice			

### Situation

Une entreprise fabrique des tee-shirts publicitaires.  
La directrice commerciale a étudié le bénéfice réalisé  $B$  (en €) en fonction du prix de vente  $p$  (en €) proposé aux clients.  
Ces études ont montré que l'on peut estimer le bénéfice  $B$ , à l'aide de la relation :



$$B(p) = -475p^2 + 3\,420p - 2\,945 \text{ avec } p \in [0; 7]$$

### Problématique

Pour quelles valeurs du prix de ventes le bénéfice est-il positif ?

1. Calculez  $B(0)$  et expliquez ce résultat

$$\begin{aligned} B(0) &= -475 \times 0^2 + 3\,420 \times 0 - 2\,945 \\ &= -2\,945 \end{aligned}$$

Ce bénéfice qui est négatif peut signifier que les charges nécessaires à la réalisation des tee-shirts peut être estimées égales à 2 945 €.

S'APP		
0	1	2

COMM		
0	1	2

2. Soit  $f$  la fonction polynôme de degré 2 définie par :

$$f(x) = -475x^2 + 3\,420x - 2\,945 \text{ avec } x \in [0; 7].$$

Donnez ses coefficients  $a$  ;  $b$  et  $c$ .

$$a = -475 ; b = 3\,420 ; c = -2\,945$$

S'APP		
0	1	2

3. Calculez l'abscisse  $x_0$  du sommet de la représentation graphique de la fonction  $f$  à l'aide de la formule  $x_0 = \frac{-b}{2a}$ .

$$x_0 = \frac{-3\,420}{2 \times (-475)} = 3,6$$

REA		
0	1	2

4. Interprétez le résultat de la question 3.

L'abscisse du sommet de la parabole est égal à 3,6

COMM		
0	1	2

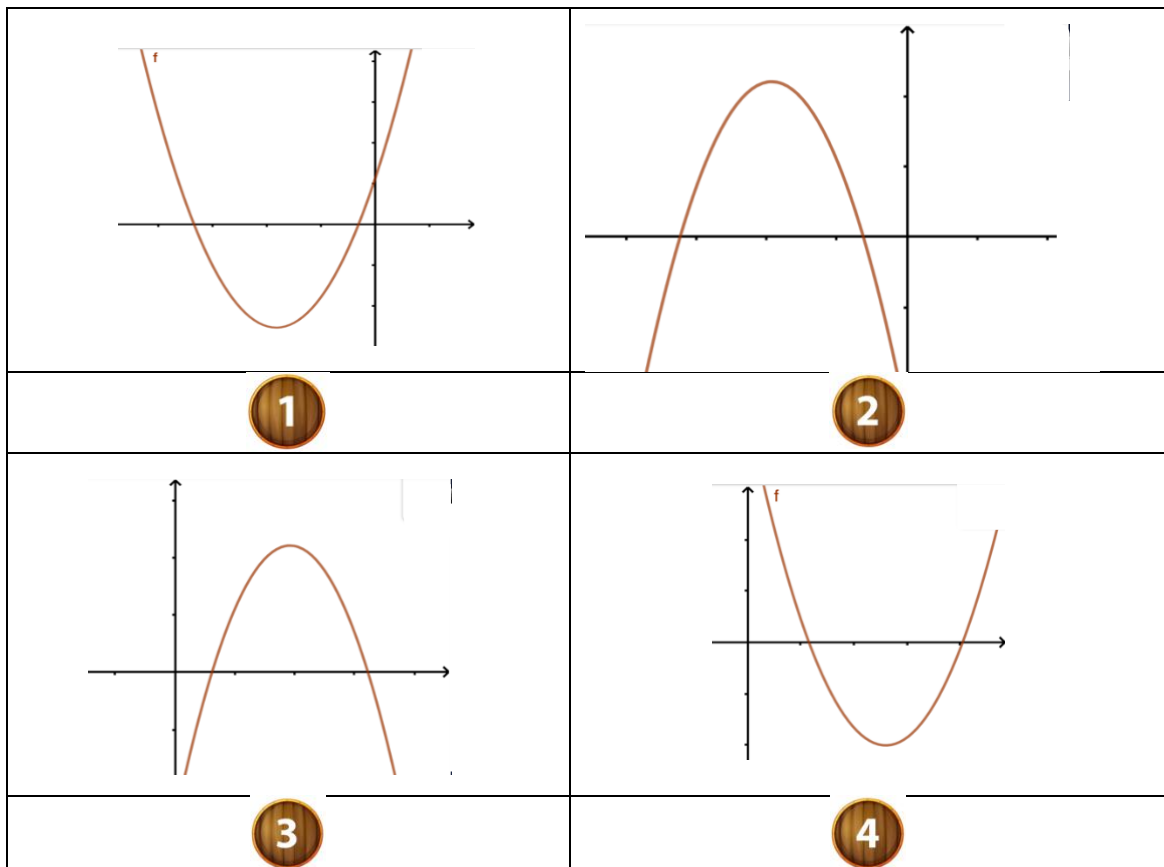
5. Choisissez, parmi les 4 proposition ci-dessous, l'allure de la courbe représentative de la fonction  $f$ . Expliquez votre raisonnement.

Le coefficient  $a$  de la parabole est négatif, donc la parabole est tournée vers le bas, c'est le cas pour la proposition 2 et la proposition 3.

L'abscisse du sommet de la parabole étant aussi positif donc l'allure de la courbe représentative de la fonction  $f$  correspond à celle de la proposition 3

ANA		
0	1	2

REA		
0	1	2



6. Déduisez-en le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 0$ . Justifiez votre réponse.

$f(x) = 0$  au(x) point(s) d'intersection de sa courbe représentative avec l'axe des abscisses. Il y a deux points d'intersection, l'équation  $f(x) = 0$  a donc deux solutions.

ANA		
0	1	2

REA		
0	1	2

7. Vérifiez par le calcul que  $x_1 = 1$  est une racine du polynôme

$$f(x) = -475x^2 + 3\,420x - 2\,945$$

$f(x) = -475 \times 1^2 + 3\,420 \times 1 - 2\,945 = 0$   
Donc  $x_1 = 1$  est bien une racine du polynôme.

VAL		
0	1	2

8. Calculez la deuxième solution  $x_2$  de l'équation  $f(x) = 0$  connaissant la première solution  $x_1$ .

On a  $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$$1 + x_2 = -\frac{3\,420}{-475}$$

$$1 + x_2 = 7,2 \text{ soit } x_2 = 7,2 - 1 = 6,2$$

La deuxième solution est donc  $x_2 = 6,2$

REA		
0	1	2

9. Déduisez-en l'expression factorisée de  $f(x)$ .

$$f(x) = -475(x - 1)(x - 6,2)$$

VAL		
0	1	2

10. Étudiez le signe du polynôme  $f(x)$ .

Un tableau de signe est attendu et on a  $f(x) > 0$  pour  $x \in [1; 6,2]$

REA		
0	1	2

11. En utilisant ces résultats, répondez à la problématique.

Le bénéfice est positif pour un prix de vente supérieur à 1 € et inférieur à 6,20€

VAL		
0	1	2

COMM		
0	1	2