Cahiers pédagogiques

CRAP - Cahiers Pédagogiques

changer la société pour changer l'école, changer l'école pour changer la société

Mathématiques : la question du sens

« Entre les murs » : l'incommunication pédagogique

Plan banlieues : où en est-on ?

Des chefs aujourd'hui, des robots demain ?

Les Rased, un maillon indispensable

N° 466 - octobre 2008,
63e année - 7,50 €

3 782829 107500 04660

Des « coups de pouce » pas toujours efficaces ! Une approche didactique pour aider les élèves à comparer des nombres décimaux

Éric Roditi

Les nombres décimaux sont indispensables au citoyen, pourtant leur apprentissage pose toujours des difficultés à de nombreux élèves. Des recherches en didactique ont proposé des améliorations de l'enseignement[1], mais malgré l'évolution des programmes, certains élèves peinent toujours. Aussi avons-nous orienté nos recherches sur l'intervention des professeurs en classe, sur des aides efficaces qui pourraient être apportées aux élèves.

1. Connaissances en jeu dans la comparaison des nombres décimaux

Des chercheurs[2] ont montré que, pour des élèves, 3,14 est supérieur à 3,5 car 14 est supérieur à 5. Pour leur donner un « coup de pouce », on leur propose souvent de « rajouter un zéro » : la comparaison porte alors sur 3,50 et 3,14. Hélas, comme en témoignent toutes les évaluations, cette aide n'est pas efficace. Elle ne l'est pas parce que, c'est notre hypothèse, elle ne change rien à la connaissance des nombres décimaux.

Les recherches ont montré que la connaissance des nombres est à la fois syntaxique (lecture et écriture) et sémantique (perception de leur valeur, précise ou approximative) et qu'elle dépend des situations dans lesquelles on est capable de les utiliser. Pour aider efficacement les élèves, il faudrait donc comprendre leurs procédures, exactes ou non, et connaître les relations entre ces procédures et leur connaissance des décimaux, notamment leur capacité à les utiliser, par exemple avec de la monnaie ou une règle graduée.

Nous avons mené une enquête sur près de 450 enfants et adultes, puis nous avons réalisé des entretiens individuels avec les 11 collégiens les plus en difficulté pour leur venir en aide. Des tests ont enfin permis d'évaluer l'efficacité de cette aide.

Nous avons complété des travaux menés sur les nombres entiers[3] qui ont montré que, par exemple, il faut moins de temps pour comparer 92 et 55 que pour comparer 62 et 55. Parce que la distance entre 92 et 55 et plus grande que celle entre 62 et 55. L'activité de comparaison ne se réduit pas en effet à comparer les chiffres de dizaines puis, en cas d'égalité, à comparer les chiffres des unités : il y a un « effet distance » lié à une perception de la valeur approximative des nombres entiers. Nous obtenons des résultats analogues sur les nombres décimaux. Notre enquête a aussi montré d'une part que les erreurs sont plus fréquentes lorsque la comparaison des nombres décimaux est demandée en dehors de tout contexte où les nombres expriment des mesures, et d'autre part que les élèves qui savent représenter les nombres décimaux, par exemple sur une graduation, réussissent beaucoup mieux les tâches de comparaison que les autres.

---

[1] Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
Douady, R. & Perrin-Glorian, M.J. (1986). *Liaison école - collège : Nombres décimaux*. Brochure n°62. Paris : IREM de Paris 7

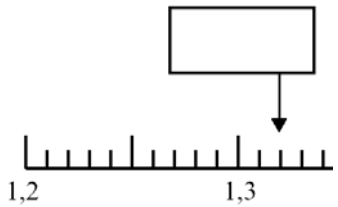
[2] Comiti, C. & Neyret, R. (1979). À propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen. *Grand N*, 18, 5-20.
Grisvard, C. & Leonard, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. *Bulletin vert APMEP*, 327, 47-60.

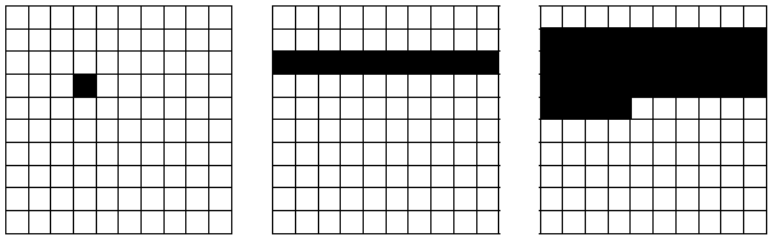
[3] Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

2. Une aide aux élèves en difficulté, adaptée à leurs connaissances

Tirant parti de notre enquête, nous avons élaboré un scénario d'aide qui d'une part favorise un traitement sémantique des écritures numériques en demandant aux élèves d'exprimer les nombres de différentes façons et d'en donner des valeurs approximatives, et qui d'autre part met en lien les représentations des nombres et les procédures de comparaison.

Le travail sur des représentations variées est important car il permet de comprendre les nombres de différentes façons. Avec de la monnaie par exemple, le nombre 7,20 est plutôt pensé comme égal à 7 unités et 20 centièmes et non 7 unités et 2 dixièmes puisqu'on le représente par 7 euros et 25 centimes. Sur une graduation, le nombre 1,32 est plutôt pensé comme égal à 1 unité et 3 dixièmes et 2 centièmes puisque le repérage se fait de cette manière, comme indiqué sur la figure ci-contre. Les représentations sur quadrillages facilitent les passages entre écritures décimales et écritures fractionnaires :





Dans la figure ci-contre par exemple, un grand carré représente l'unité, un petit carré représente un centième qu'on peut écrire 0,01 ou 1/100, une bande de dix petits carrés représente dix centièmes ou un dixième (car il en faut dix pour faire l'unité) qu'on peut écrire 0,10 ou 0,1 10/100 ou 1/10. Ainsi la surface noircie est une représentation qui aide aux passages entres les différentes écritures 0,34 ; 34/100 et 3/10 + 4/100.

Le scénario d'aide a été proposé aux onze élèves de collège dont les erreurs lors de l'enquête étaient les plus massives (Merci à Florence Monfrini pour sa participation à cette recherche). Nous avons constaté, en ce qui concerne le recours aux représentations des nombres décimaux, que l'argent était bien manipulé par les élèves, même si la pièce de 0,1 euro n'est pas une pièce de 1 « décime », mais une pièce de 10 centimes, c'est-à-dire 0,10 euro. En revanche, les représentations graphiques posaient problème pour six des onze collégiens : ils traçaient par exemple des segments de 9,4 cm pour représenter 8,14 en comptant 14 graduations après 8.

Dans le déroulement du scénario, le travail commence par des comparaisons de deux décimaux : pour chaque réponse produite, l'élève est engagé à représenter les nombres à comparer grâce à différents supports mis à disposition, principalement de la monnaie, des graduations, et des carrés quadrillés. Lorsqu'il s'empare du matériel on lui demande une approximation. Par exemple, avec 8,7 et 8,14, si l'élève choisit d'utiliser une graduation, on lui demande de dire si 8,7 est plus près de 8 ou de 9, de même pour 8,14. Le travail se poursuit avec des questions. Si l'élève répond que 8,7 est le plus grand, on lui dit : « L'autre jour, un élève comme toi avec qui je travaillais, m'a dit que comme 7 était plus petit que 14, 8,7 était plus petit que 8,14. Qu'est-ce que tu en penses ? Comment pourrais-tu faire pour voir qui a raison avec le matériel qui est là ? »

En revanche, si l'élève a répondu 8,14 on cherche d'abord à faire expliciter sa procédure on lui propose une procédure contradictoire : « Un autre élève comme toi avec qui je travaillais m'a dit que 7 dixièmes c'était pareil que 70 centièmes, et que 70 étant plus grand que 14, c'était 8,7 qui était plus grand que 8,14. Qu'est-ce que tu en penses ? Comment pourrais-tu faire, avec le matériel qui est là, pour voir qui a raison ? ».

L'évaluation des élèves qui ont suivi le scénario d'aide est concluante : le travail sur les nombres décimaux et leurs représentations, sur leur aspect syntaxique et sémantique, sur les arguments sous-jacents à leur comparaison, est un travail qui les a conduit à réaliser des

progrès surprenants. Ils ne commettent plus d'erreur dans les comparaisons de deux nombres. Ils en commettent en revanche dans des activités plus complexes mettant en jeu plusieurs nombres.

3. Une aide aux élèves en difficulté, adaptée aux pratiques des enseignants

Les raisons qui nous ont conduit à mener une telle recherche et à élaborer un tel scénario tiennent aussi à nos analyses du métier d'enseignant et de ses pratiques ordinaires. Les enseignants interviennent en classe, pas seulement pour donner des consignes et pour évaluer les productions des élèves. Souvent, ils aident les élèves grâce à un échange direct avec eux. La difficulté à aider un élève consiste souvent à trouver un intermédiaire adapté entre deux pôles souvent inefficaces : ne rien dire et donner la solution. En outre, il faut veiller à ne pas délaisser le reste de la classe…

Les questions élaborées pour le scénario laissent à l'enseignant la responsabilité entière des prises d'initiatives pour aider ses élèves, elles lui permettent aussi de faire intervenir les autres élèves de la classe. Il suffit en effet de remplacer « L'autre jour, un élève comme toi avec qui je travaillais, m'a dit que… » par l'intervention d'un autre élève de la classe dont l'enseignant a repéré à l'avance la production et les arguments.

Finalement, dans ce travail, nous avons aussi cherché à concevoir des possibles nouveaux pour l'enseignement, en focalisant non pas sur une trame nouvelle ou une progression nouvelle, mais sur le travail de l'enseignant qui consiste à aider les élèves lorsqu'ils sont en difficulté. Les moyens produits permettent d'intervenir autrement qu'en expliquant une fois de plus la leçon qui n'a toujours pas été comprise, autrement qu'en donnant des « coup de pouces » isolés pour ne pas laisser les élèves en échec, l'enseignant intervient en partant de l'activité de l'élève en difficulté (ce qu'il fait, ce qu'il dit, ce qu'il pense) et en favorisant le développement et l'organisation de ses connaissances sur les décimaux.

Éric Roditi
Didacticien des mathématiques,
maître de conférences à l'université Paris Descartes

Bibliographie

Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques – Entre contraintes et liberté pédagogique. Paris : L'Harmattan.

Roditi, E. (2005). L'éducation face aux théories de la construction du nombre. *Spirale*, (36), 37-52.

Roditi E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n°12, p. 55-81.