

Pistes de réflexion pour un sujet du Grand Oral

Situation déclenchante :

La présentation en classe rapide d'un exemple de suite définie par un algorithme peut déclencher la situation (cette présentation a donc pu se faire dès la classe de première).

Le professeur présente la suite de Conway et fait réfléchir ses élèves sur la détermination à la main des premiers termes.

La suite de Conway ou suite dite « look and say »).

$u_0 = 1, u_1 = 11, u_2 = 21, u_3 = 1211, u_4 = 111221, u_5 = 312211, u_6 = 13112221, \text{ etc.}$

Un élève se demande alors si l'apparition de chiffres supérieurs à 3 est possible.

Question :

« La suite de Conway ne comporte-t-elle que les chiffres 1, 2 et 3 ? »

Il s'agit d'une question orientée mathématiques (les connaissances du programme suffisent pour y répondre) mais elle intéressera certainement encore plus des élèves suivant la spécialité NSI (ils pourraient alors chercher à optimiser l'algorithme). Un lien avec la spécialité physique-chimie (théorème cosmologique) est également possible.

Stratégie mise en œuvre pour répondre à la question :

Recherches individuelles de l'élève et points réguliers avec l'enseignant.

Le lien suivant pourra être utile afin de permettre à l'élève de bien cerner le problème et de réfléchir à sa vulgarisation.

<https://eduscol.education.fr/maths/actualites/actualites/article/deux-minutes-pour-comprendre-la-suite-de-conway.html>

Activités à réaliser pour répondre à la question :

- Dans un premier temps, l'élève peut travailler uniquement à partir de la définition de la suite de Conway et chercher à la main les premiers termes.
- Assez vite, la nécessité de concevoir un algorithme apparaît. L'élève réfléchit alors à cet algorithme puis le conçoit en langage Python.
- L'utilisation de son algorithme pour un nombre de termes plus élevé permet à l'élève de conjecturer que seuls les chiffres 1, 2 et 3 apparaissent dans la suite de Conway.
- L'élève réfléchit ensuite à une démonstration (la démonstration repose sur un raisonnement par récurrence, l'hérédité de la propriété s'appuyant sur un raisonnement par l'absurde comportant une disjonction de cas). Ceci lui permet alors de répondre complètement à la question posée.

Plan lors de la présentation au jury :

1) Présentation de la suite de Conway (principe et quelques termes).

2) Présentation de la question.

3) Présentation du cheminement : conception et écriture d'un algorithme, conjecture, démonstration.

Trace écrite à donner au jury après les 20 minutes de préparation :

La trace écrite comportera les premiers termes de la suite de Conway afin de faciliter les échanges ainsi que l'écriture complète de la fonction NextLigne (voir annexe), le reste de

l'algorithme pourra être plus facilement mobilisé à l'oral. Concernant la preuve, la structure pourra être écrite (étapes de la récurrence, l'étape d'hérédité étant mise en valeur).

Prolongement et mise en perspective avec le projet d'orientation :

Des éléments présentés dans la vidéo (https://youtu.be/IsKBRj6_VSs) peuvent être étudiés avec profit, notamment un approfondissement autour du théorème « cosmologique ». Celui-ci peut être évoqué durant la présentation des 5 minutes, ce qui pourrait permettre ainsi d'alimenter une partie des échanges avec le jury ensuite.

Le projet d'orientation peut alors aisément se raccrocher : appétence du candidat pour des métiers liés aux mathématiques et à l'informatique, souhait d'intégrer une CPGE scientifique (MPSI, MP2I par exemple).

Annexe

L'algorithme :

```
1 def NextLigne(ligne):
2     res=""
3     k=0
4     while k<len(ligne):
5         chiffre=ligne[k]
6         compteur=1
7         k=k+1
8         while k<len(ligne) and ligne[k]==chiffre:
9             compteur=compteur+1
10            k=k+1
11            res=res+str(compteur)+chiffre
12    return res
13
14 def Conway(n):
15     ligne="1"
16     for k in range(n):
17         print(ligne)
18         print("") #Pour passer une ligne afin de clarifier la présentation
19         ligne=NextLigne(ligne)
```

La preuve :

Lire par exemple le lien suivant :

<http://mhab.over-blog.com/article-1-2-ou-3-dans-la-suite-de-conway-72968736.html>