

# Première STI2D -STL

## Spécialité Mathématiques-Physique

### Activité : Thème 1 Énergie, travail, puissance

#### Activité : Produit Scalaire - Énergie, Travail, Puissance

#### Partie de programme de mathématiques :

- **Produit scalaire**

##### Contenus

- Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls, alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$  où  $\theta$  est une mesure de l'angle entre  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ; si  $\vec{u}$  ou  $\vec{v}$  est nul, alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .
- Projection orthogonale d'un vecteur sur un axe.
- Interprétation du produit scalaire en termes de projections orthogonales (du vecteur  $\vec{u}$  sur l'axe dirigé par  $\vec{v}$  ou du vecteur  $\vec{v}$  sur l'axe dirigé par  $\vec{u}$ ).
- Propriétés du produit scalaire : bilinéarité, symétrie.
- Expressions, dans une base orthonormée, du produit scalaire de deux vecteurs, de la norme d'un vecteur.
- Caractérisation de l'orthogonalité.
- Théorème d'Al-Kashi, égalité du parallélogramme.

##### Capacités attendues

- Calculer la projection d'un vecteur sur un axe.
- Interpréter  $\|\vec{u}\| \cos(\theta)$  en termes de projection.
- Utiliser un produit scalaire pour démontrer l'orthogonalité de deux vecteurs, pour calculer un angle non orienté.
- Utiliser un produit scalaire pour calculer des longueurs.

## Partie du programme de Physique

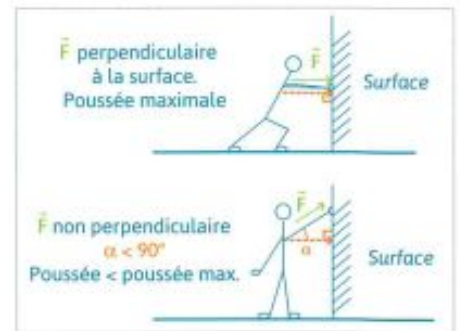
<p>Actions de contact et actions à distance.</p> <p>Exemples de forces s'exerçant sur un objet :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- poids ;</li> <li>- force exercée par un support ;</li> <li>- force élastique ;</li> <li>- force de frottement fluide.</li> </ul> <p>Résultante des forces appliquées à un solide.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exploiter la représentation d'une force s'exerçant en un point par un vecteur : direction, sens et norme.</li> <li>- Identifier, inventorier, caractériser et modéliser par des forces, les actions mécaniques s'exerçant sur un solide.</li> </ul> <p>- Effectuer un bilan quantitatif de forces pour un solide à l'équilibre ou en translation rectiligne uniforme.</p>
---	--

<p>Travail d'une force.</p> <p>Énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation.</p> <p>Transfert d'énergie par travail mécanique.</p> <p>Puissance moyenne.</p> <p>Energie potentielle associée à une force conservative ; exemple des énergies potentielles de pesanteur et élastique.</p> <p>Énergie mécanique.</p> <p>Gain ou dissipation d'énergie mécanique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Écrire et exploiter l'expression du travail d'une force constante.</li> <li>- Écrire et exploiter la relation de définition de l'énergie cinétique d'un solide en translation.</li> <li>- Relier une modification de l'énergie cinétique d'un solide en translation rectiligne à la nature de son mouvement (accélééré ou décélééré).</li> <li>- Associer une variation d'énergie cinétique d'un solide en translation au travail des forces appliquées.</li> <li>- Citer et exploiter la relation entre travail et puissance moyenne.</li> <li>- Déterminer la puissance moyenne nécessaire pour modifier la valeur d'une vitesse pendant une durée donnée.</li> <li>- Exprimer et évaluer l'énergie mécanique d'un solide en translation.</li> <li>- Analyser des variations de vitesse d'un solide en translation en termes d'échanges entre énergie cinétique et énergie potentielle (de pesanteur ou élastique).</li> <li>- <i>Analyser le mouvement d'un solide en translation en termes de conservation et de non-conservation de l'énergie mécanique.</i></li> <li>- Estimer la puissance moyenne nécessaire pour maintenir constante la vitesse d'un solide en translation, en présence de frottements.</li> <li>- <i>Étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique d'un solide en mouvement de translation rectiligne.</i></li> </ul>
---	---

Thème 1 Energie - Travail - Puissance\_Sujet

Le produit scalaire

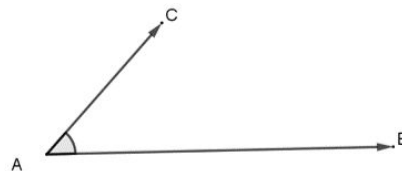
- Le produit scalaire désigne une opération entre deux vecteurs. Le résultat est un **nombre**.
- En physique, on l'utilise pour connaître **l'influence** d'une force appliquée sur un objet.



Définition :

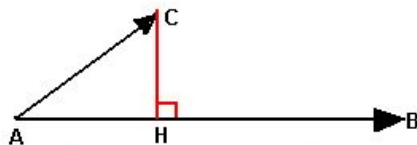
on appelle produit scalaire de  $\vec{AB}$  par  $\vec{AC}$  le nombre **réel**

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$$

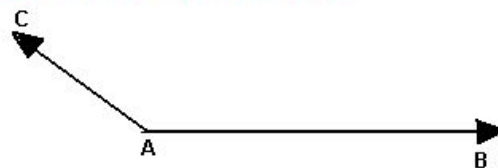


<http://aca.re/gqYVj>

1) Si  $\widehat{BAC}$  est aigu, alors  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > 0$



2) Si l'angle  $\widehat{BAC}$  est obtus alors  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} < 0$



3) Si  $\widehat{BAC}$  est droit  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$



Exercices :

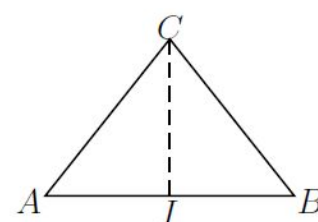
Application : Compléter le tableau suivant

AB	AC	Angle en degrés	$\vec{AB} \cdot \vec{AC}$
5	2	30	
0	6	15	
4	7	90	
20	5	120	

**Exercice 1**

$ABC$  est un triangle équilatéral de côté 4 cm.  $I$  est le milieu de  $[BC]$ .

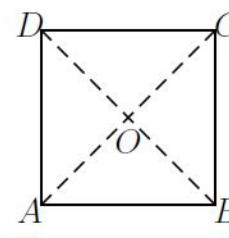
Calculer les produits scalaires : a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  b)  $\vec{AB} \cdot \vec{AI}$  c)  $\vec{IA} \cdot \vec{BI}$



**Exercice 2**  $ABCD$  est un carré de côté 2 cm de centre  $O$ .

Calculer les produits scalaires :

a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$  b)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  c)  $\vec{BC} \cdot \vec{BD}$  d)  $\vec{OB} \cdot \vec{DC}$



## → Travail et puissance

Lorsqu'on achète une voiture, outre le prix et la consommation d'essence, la puissance du moteur est souvent un critère de choix.  
**À quoi correspond la puissance d'un moteur indiquée par le constructeur ?**

### COMPÉTENCES

- ✓ Analyser/Raisonner : exploiter des informations
- ✓ Réaliser : effectuer des calculs littéraux ou numériques

#### DOC. 1 Extrait de la fiche technique d'un véhicule

Nombre de cylindres	3	Puissance fiscale	4 CV
Nombre de soupapes par cylindre	4	Position du moteur	NC
Cylindrée	898 cc	Alimentation	NC
Puissance din	75 ch au régime de 5 000 tr/min	Suralimentation/type	turbo
Couple moteur	120 Nm au régime de 2 500 tr/min		



#### Outils

##### Travail et puissance

Le **travail** d'une force correspond à l'énergie échangée par cette action au cours du déplacement du système.  
 Le travail d'une force constante  $\vec{F}$  se déplaçant de A vers B est égal à :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha$$

$F$  : intensité de la force en newton (N)  
 $AB$  : distance du déplacement en mètre (m)  
 $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$  : travail de  $F$  entre A et B en joule (J).



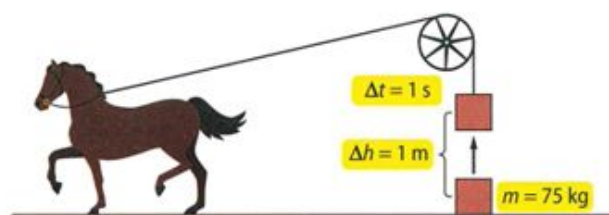
La **puissance moyenne** correspondante pendant une durée  $\Delta t$  vaut :

$$P_{\text{moy}} = \frac{W_{A \rightarrow B}}{\Delta t}$$

$P_{\text{moy}}$  : puissance moyenne en watt (W)  
 $W_{A \rightarrow B}$  : travail fourni en joule (J)  
 $\Delta t$  : durée du déplacement en seconde (s).

#### DOC. 2 Unité de puissance : le cheval-vapeur (symbole ch)

Le cheval-vapeur est une unité de puissance introduite par l'ingénieur James Watt à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. À l'époque, les chevaux étaient utilisés pour déplacer des charges lourdes ou actionner des machines. Or, la machine à vapeur remplaça peu à peu les chevaux dans l'accomplissement de ces tâches. James Watt établit alors une correspondance entre la puissance d'une machine et le nombre de chevaux qu'elle permettait de remplacer. Il procéda à différents essais qui permit de fixer le cheval-vapeur comme la puissance permettant de soulever d'un mètre une masse de 75 kg en une seconde.



▲ Représentation de l'essai de James Watt avec un cheval de trait

## Important

### Ne pas confondre chevaux DIN (Ch) et chevaux fiscaux (CV)

Sur une carte grise, deux types de puissance sont indiquées : la puissance fiscale (en CV) au niveau de la case P.6, et la puissance moteur (en kW) en P.2.

Le cheval DIN (en référence au *Deutsches Institut Für Normung* qui a normalisé cette valeur en Europe) est une valeur qui correspond à la puissance mécanique réelle d'un véhicule. Le cheval DIN sert de base au calcul de la puissance en kW d'un véhicule qui est indiqué en P.2 sur la carte grise.

Extrait de : <https://www.cartegrise.com/carte-grise-p6>

### Questions

- Donner l'expression du poids  $\vec{P}$  d'une masse  $m = 75 \text{ kg}$  au sol, sachant que sur Terre la constante de pesanteur  $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .
  - En déduire la valeur de cette force.
- Donner l'expression du travail  $W(\vec{P})_{A \rightarrow B}$  fourni par le cheval choisi comme référence par James Watt, lors du déplacement de la masse de  $75 \text{ kg}$  sur une hauteur de  $1 \text{ m}$ , puis calculer sa valeur.
- Calculer alors en watt (W) la puissance moyenne ainsi développée par le cheval en  $1 \text{ s}$ , c'est à dire la puissance correspondant à un cheval vapeur.
- Déterminer la puissance du véhicule en CV (Cheval Vapeur) puis en kW ?

### Réponses possibles :

- Donner l'expression du poids  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ , d'une masse  $m = 75 \text{ kg}$  au sol, sachant que sur Terre la constante de pesanteur  $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .

**b.** Valeur de cette force  $P = m \cdot g = 75 \times 9,8 = 735 \text{ N}$ . Expression du travail fourni par le cheval

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = \vec{P} \cdot \vec{AB} = \|\vec{P}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cdot \cos(\widehat{\vec{P}, \vec{AB}}) = 735 \times 1 \times \cos(0) = 735 \text{ J}$$

- Calculer alors en watt (W) la puissance moyenne ainsi développée par le cheval en  $1 \text{ s}$ , c'est à dire la puissance correspondant à un cheval vapeur.

$$P_{\text{moy}} = \frac{W(\vec{P})_{A \rightarrow B}}{\Delta t} = 735 \text{ W}$$

- Déterminer la puissance du véhicule en CV (Cheval Vapeur) puis en kW ?

**En utilisant le DOC.1 et le DOC.3 on peut établir que le véhicule à une**

**puissance réelle de 75 CV soit  $75 \times 735 = 55 \text{ kW}$**