

## → Travail et puissance

Lorsqu'on achète une voiture, outre le prix et la consommation d'essence, la puissance du moteur est souvent un critère de choix.

À quoi correspond la puissance d'un moteur indiquée par le constructeur ?

### COMPÉTENCES

- ✓ Analyser/Raisonnement : exploiter des informations
- ✓ Réaliser : effectuer des calculs littéraux ou numériques

#### DOC. 1 Extrait de la fiche technique d'un véhicule

Nombre de cylindres	3	Puissance fiscale	4 CV
Nombre de soupapes par cylindre	4	Position du moteur	NC
Cylindrée	898 cc	Alimentation	NC
Puissance din	75 ch au régime de 5 000 tr/min	Suralimentation/type	turbo
Couple moteur	120 Nm au régime de 2 500 tr/min		



### Outils

#### Travail et puissance

Le travail d'une force correspond à l'énergie échangée par cette action au cours du déplacement du système.

Le travail d'une force constante  $\vec{F}$  se déplaçant de A vers B est égal à :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha$$

$F$  : intensité de la force en newton (N)

$AB$  : distance du déplacement en mètre (m)

$W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$  : travail de  $F$  entre A et B en joule (J).



La puissance moyenne correspondante pendant une durée  $\Delta t$  vaut :

$$P_{\text{moy}} = \frac{W_{A \rightarrow B}}{\Delta t}$$

$P_{\text{moy}}$  : puissance moyenne en watt (W)

$W_{A \rightarrow B}$  : travail fourni en joule (J)

$\Delta t$  : durée du déplacement en seconde (s).

#### DOC. 2 Unité de puissance : le cheval-vapeur (symbole ch)

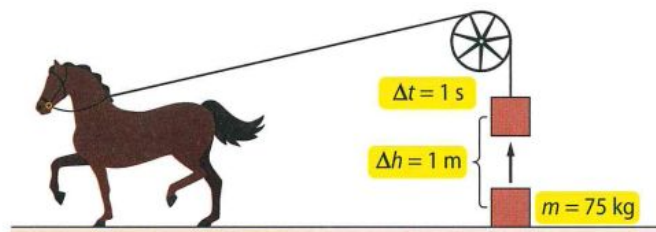
Le cheval-vapeur est une unité de puissance introduite par l'ingénieur James Watt à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle.

À l'époque, les chevaux étaient utilisés pour déplacer des charges lourdes ou actionner des machines.

Or, la machine à vapeur remplaça peu à peu les chevaux dans l'accomplissement de ces tâches.

James Watt établit alors une correspondance entre la puissance d'une machine et le nombre de chevaux qu'elle permettait de remplacer.

Il procéda à différents essais qui permit de fixer le cheval-vapeur comme la puissance permettant de soulever d'un mètre une masse de 75 kg en une seconde.



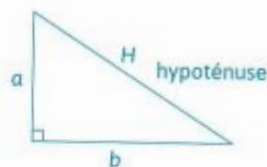
▲ Représentation de l'essai de James Watt avec un cheval de trait

## VIII. Trigonométrie

### Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$H^2 = a^2 + b^2$$



### Relations dans le triangle rectangle

#### Sinus

$$\sin \alpha = \frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle } \alpha}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{a}{H}$$

$$\sin \beta = \frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle } \beta}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{b}{H}$$

#### Cosinus

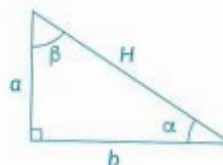
$$\cos \alpha = \frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } \alpha}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{b}{H}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } \beta}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{a}{H}$$

#### Tangente

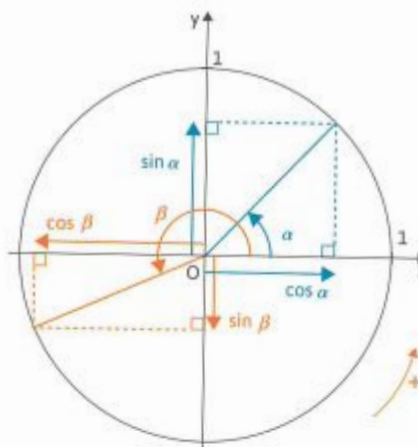
$$\tan \alpha = \frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle } \alpha}{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } \alpha} = \frac{a}{b}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle } \beta}{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } \beta} = \frac{b}{a}$$

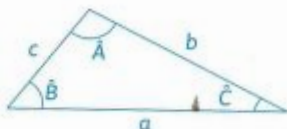


### Lecture graphique des sinus et cosinus sur un cercle trigonométrique

- ▶ Un **cercle trigonométrique** est un cercle :
  - orienté ;
  - dont le rayon vaut 1 ;
  - assorti d'un repère orthonormé ayant son origine au centre du cercle.
- ▶ Sur un cercle trigonométrique, **on peut lire graphiquement** :
  - en abscisses, la valeur du cosinus de l'angle ;
  - en ordonnées, la valeur du sinus de l'angle ;



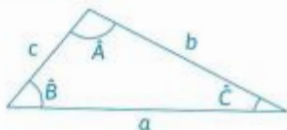
### Théorème d'Al-Kashi



- ▶ Dans un triangle quelconque :
 
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$
- ▶ Cette relation est également valable pour les 2 autres côtés et les deux autres angles du triangle :
 
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

### Loi des sinus



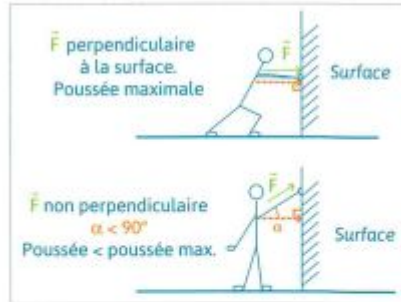
Dans un triangle quelconque :

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

## IX. Le produit scalaire

### À quoi ça sert ?

- ▶ Le produit scalaire désigne une opération entre 2 vecteurs, dont le résultat est un **nombre** (et non un vecteur !).
- ▶ Une force ne s'applique pas avec la même intensité sur une surface, selon l'angle entre la surface et la direction de la force.
- ▶ Sur le schéma ci-contre, la surface qui reçoit la force est immobile. Que se passe-t-il lorsque le point d'application bouge, lorsqu'il a une vitesse ? Comment savoir si la force appliquée peut avoir une influence sur la trajectoire et la vitesse de l'objet ? → On utilise un produit scalaire.

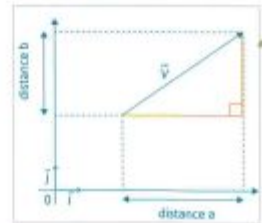


### Comment calculer un produit scalaire entre 2 vecteurs ?

#### ÉTAPE 1

#### Connaître la norme des vecteurs en jeu

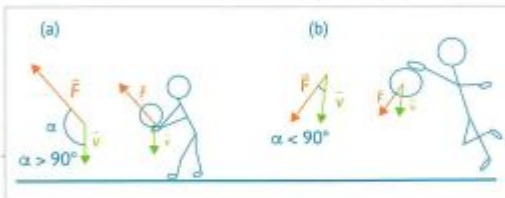
- ▶ En physique-chimie, la norme d'un vecteur représente son intensité. Elle peut se déterminer graphiquement dans un repère orthonormé. S'il s'agit du vecteur d'une force, cette intensité s'exprime en newtons (N).
- ▶ On imagine que le vecteur est le troisième côté (l'hypoténuse) d'un triangle rectangle (en orange ci-contre). Il ne reste plus qu'à appliquer le théorème de Pythagore dans ce triangle imaginaire !  $v = \|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$



#### ÉTAPE 2

#### Connaître le cosinus de l'angle alpha entre les deux vecteurs

- ▶ **Exemple** : joueur de volleyball frappant le ballon. Dans le cas (a) la force appliquée au ballon s'oppose à la direction de sa trajectoire (représentée par sa vitesse  $\vec{v}$ ) et  $\alpha > 90^\circ$ . Dans le cas (b) au contraire, la force va dans le sens de la trajectoire, et  $\alpha < 90^\circ$ .



- ▶ **Le cosinus de l'angle alpha** permet de connaître l'effet du travail d'une force.



#### ÉTAPE 3

#### Calculer le produit scalaire

Le meilleur pour la fin !

Pour calculer le produit scalaire entre 2 vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{G}$  :

$$\vec{F} \cdot \vec{G} = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{G}\| \cdot \cos(\widehat{F;G}) = F \cdot G \cdot \cos(\alpha)$$

**Application** : pour calculer le travail d'une force sur un solide, il faut calculer le produit scalaire du vecteur force  $\vec{F}$  et du vecteur déplacement du solide de A à B,  $\vec{AB}$ .

$$W_p = \vec{F} \cdot \vec{AB} = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cdot \cos(\widehat{F;AB}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$